

2.1 Machtsverbanden

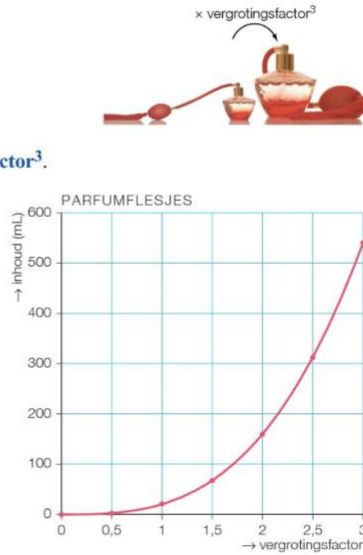
Vergroten

1 Een parfumflesje heeft een inhoud van 20 mL.

Van dat flesje zijn vergrotingen gemaakt voor in de etalage. Bij de vergrotingen van het parfumflesje hoort de formule

$$\text{inhoud (mL)} = 20 \times \text{vergrotingsfactor}^3.$$

- Bereken de inhoud als de vergrotingsfactor 2 is.
- Bereken de inhoud als de vergrotingsfactor 1,5 is.
- Bereken de inhoud als de vergrotingsfactor 2,5 is.
- Hiernaast zie je de grafiek die bij de formule hoort. Lees uit de grafiek af wat de vergrotingsfactor is als de inhoud van de vergroting 500 mL is.

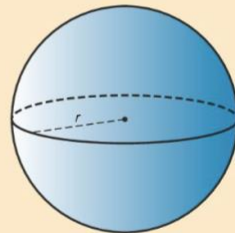


Theorie A Machtsverband

De inhoud van een bol kun je berekenen met

$$\text{de formule } I = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3.$$

Hierin is I de inhoud in cm^3 en r de straal in cm. Er is een verband tussen de straal en de inhoud. In de formule staat de derde **macht** van de variabele r . Daarom is het een **machtsverband**. De formule is een **machtsformule**. Bij een machtsverband kun je een grafiek tekenen. De grafiek is een **vloeiende kromme**.



Voorbeeld Grafiek bij een machtsformule

Opgave

Teken de grafiek van de formule $h = 10 + 0,8t^{2,5}$.

Hierin is t de tijd in uren en h de hoogte in centimeters.

Gebruik de tabel hieronder. Rond steeds af op een heel getal.

WATERHOOGTE

t	0	1	2	3	4	5
h						

Aanpak

Voor $t = 2$ krijg je $h = 10 + 0,8 \times 2^{2,5} = 14,525\dots$

Afgerond krijg je $h = 15$. Zet dat in de tabel.

Vul de tabel verder in.

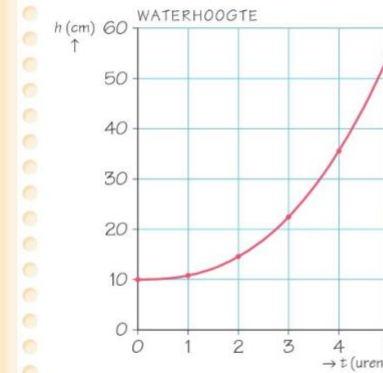
Teken de punten uit de tabel in het assenstelsel.

Verbind de punten met een vloeiende kromme.

Uitwerking

WATERHOOGTE

t (uren)	0	1	2	3	4	5
h (cm)	10	11	15	22	36	55



Piramide

Test opgave

[>] [WERKBOEK] De inhoud van de piramide hiernaast kun je berekenen met de formule $I = \frac{4}{3}h^3$.

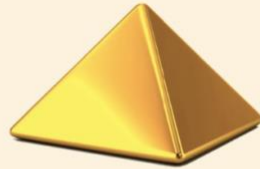
Hierin is I de *inhoud* in milliliters en h de *hoogte* in centimeters.

- a Vul de tabel in. Rond zo nodig af op een geheel getal.

PIRAMIDE

h (cm)	1	2	3	4	5	6
I (mL)						

- b Teken de grafiek.
c Eén van de piramides heeft een inhoud van 122 mL. Schat de hoogte van deze piramide.



Gewicht en zithoogte

2

[>] [WERKBOEK] Een vuistregel waarmee je het gewicht van een persoon kunt berekenen is de formule $G = 0,0001h^3$.

Hierin is G het *gewicht* in kg en h de *zithoogte* in cm.

- a Mevrouw Pouwels heeft een zithoogte van 85 cm. Vul je dat in de formule in dan krijg je $G = 0,0001 \times 85^3$. Controleer dat haar gewicht afgerond op een geheel getal 61 kg is.
b De zithoogte van mevrouw Wijn is 78 cm. Bereken haar gewicht. Rond af op een geheel getal.
c Vul de tabel in. Rond steeds af op een geheel getal.

GEWICHT EN ZITHOOGTE

h (cm)	60	65	70	75	80	85	90
G (kg)							

- d Teken de grafiek bij de tabel.
e Meneer Vink weegt 71 kg. Zoek op de verticale as 71. Ga naar rechts tot de grafiek. Schat de zithoogte van meneer Vink.



Bol

3

[>] [WERKBOEK] De inhoud van een bol kun je berekenen met de formule $I = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.

Hierin is I de *inhoud* in cm^3 en r de *straal* in cm.

- a De inhoud van een bol met een straal van 5 cm is afgerond op een geheel getal 524 cm^3 . Laat dat met een berekening zien.
b Bereken de inhoud van een bol met een straal van 3 cm. Rond af op een geheel getal.
c Vul de tabel verder in. Rond steeds af op een geheel getal.

BOL

r (cm)	0	1	2	3	4	5	6
I (cm^3)						524	

- d Teken de grafiek bij de formule.
e Een biljartbal heeft een inhoud van 400 cm^3 . Zoek op de verticale as 400. Ga naar rechts tot aan de grafiek. Zet daar een stip. Hoeveel centimeter is de straal van de biljartbal ongeveer?

4

- De firma Globe maakt wereldbollen. Die passen precies in een kubusvormige doos met ribben van 32 cm. Hoeveel cm^3 ruimte is er nog over in zo'n doos? Gebruik de formule $I = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$. Hierin is I de *inhoud* van een bol in cm^3 en r de *straal* in cm. Rond af op een geheel getal.



Windmolen

5

- [>] [WERKBOEK] Jeroen heeft achter zijn huis een windmolen staan. Bij deze windmolen hoort de formule **vermogen (Watt) = $60v^3$** .

Hierin is v de *windsnelheid* in m/s.

- a Bereken het vermogen bij een windsnelheid van 8 m/s.
b Vul de tabel in.
c Teken de grafiek bij de formule.
d Bij ongeveer welke windsnelheid is het vermogen 20000 Watt?

WINDMOLEN

v (m/s)	0	2	4	6	8	10
vermogen (Watt)						

Heterodon Nasicus

6 [] [] WERKBOEK De Heterodon Nasicus is een slang. Deze slangen kunnen een lengte van 1 meter bereiken. Bij het gewicht van deze slang hoort de formule $G = 0,45l^3$. Hierin is G het gewicht in grammen en l de lengte in decimeters.



- Bereken het gewicht van een slang van 8 dm.
- Bereken het gewicht van een slang van 100 cm.
- Vul de tabel in.

SLANG

l (dm)	0	2	4	6	8	10
G (g)						

- Teken de grafiek bij de tabel.
- Een slang weegt 150 g. Hoeveel centimeter is de lengte van deze slang ongeveer?

Hardrijden

7 [] [] WERKBOEK Er is een verband tussen de hoogte van de boete en het aantal kilometers dat je te hard rijdt. Je kunt de hoogte van de boete berekenen met de formule $\text{boete (€)} = 20 + 0,7a^{1,9}$. Hierin is a het aantal te hard gereden kilometers per uur.



- Bereken de boete bij 10 km te hard rijden. Rond af op hele euro's.
- Vul de tabel in. Rond af op hele euro's.

HARDRIJDEN

a (km/uur)	0	2	4	6	8	10	12
boete (€)							

- Teken de grafiek bij de tabel.
- Sven rijdt te hard binnen de bebouwde kom. Hij krijgt een boete van bijna €50. Hoeveel km/uur reed hij te hard?
- Laat met berekeningen zien of de boete twee keer zo hoog is als je twee keer zoveel km/uur te hard rijdt.

Nieuw gewas

8 [] [] WERKBOEK Sander heeft 20 hectare grond. Hij denkt erover een gedeelte vol te zetten met een nieuw gewas. De te verwachten winst berekent hij met de formule $W = 0,00001a^3 - 0,01a^2 + 2a - 300$.

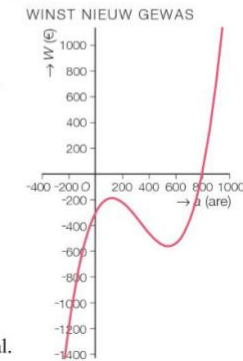
Hierin is W de winst in euro's en a de oppervlakte in are.

- Hoeveel are is 20 hectare?
- Hoeveel winst maakt Sander als hij niets doet, dus 0 hectare gebruikt?
- Hoeveel winst maakt hij als hij al zijn land voor het nieuwe gewas gebruikt?
- Vul de tabel in.

WINST NIEUW GEWAS

a (are)	0	400	800	1200	1600	2000
W (€)						

- Hoeveel are moet Sander minstens voor het nieuwe gewas gebruiken om winst te maken? Gebruik inklemmen. Rond af op een geheel getal.



ARTIKEL BEROEP GESCHIEDENIS INFORMATIEF

Biologisch-dynamisch landbouwer

In een biologisch-dynamisch bedrijf worden geen chemicaliën en kunstmest gebruikt en hebben de dieren veel ruimte. Normaal gesproken houden agrarische bedrijven zich bezig met alleen akkerbouw, fruitteelt of het houden van dieren. Biologisch-dynamische bedrijven combineren deze werkteerren vaak.

Lijkt het je leuk werk? Dan is de mbo-opleiding *Manager biologisch-dynamisch bedrijf* op niveau 4 misschien iets voor jou. Als je op een biologisch-dynamisch bedrijf werkt, geef je als manager instructie bij de uitvoering van de werkzaamheden. Je controleert de uitvoering en stuurt medewerkers aan.



Ijsbergen

9 WERKBOEK Ijsbergen ontstaan doordat grote stukken ijs afbreken van een gletsjer en dan de zee in drijven. Ze worden kleiner doordat ze langzaam smelten.

Bij een ijsberg die in het begin 60 000 ton weegt hoort de formule $G = 60\,000 - 900t - 105t^2 - t^3$. Hierin is G het gewicht in tonnen en t de tijd in maanden.



- a Laat met een berekening zien dat na een jaar volgens de formule nog 32 352 ton ijs over is.
b Vul de tabel in.

IJSBERG

t (maanden)	0	2	4	6	8	10	12	14
G (ton)								

- c Teken de grafiek bij de tabel. Maak zelf een verdeling bij de verticale as.
d Bereken in de hoeveelste maand de ijsberg volgens de formule helemaal gesmolten zal zijn.

Rekenbreak

Bereken.
 $4 \times 2,8$
 $12 \times 11,5$

Stijn heeft een grote vijver.
Hij koopt 10 Japanse koi.
Hoeveel moet hij betalen?



Koi €14,50 per stuk.
Nu 3 halen, 2 betalen.

Woordenlijst

- macht
- machtsformule
- machtsverband
- vloeiende kromme

2.2 Wortelverbanden

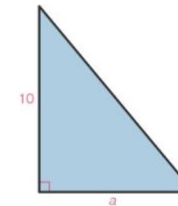
Driehoek

10 *

Van een rechthoekige driehoek met één rechthoekszijde van 10 cm kun je de lengte van de schuine zijde berekenen met de formule **schuine zijde (cm)** $= \sqrt{100 + a^2}$.

Hierin is a de lengte van de andere rechthoekszijde in cm.

Laat met een berekening zien dat bij $a = 3$ de schuine zijde afgerond 10,4 cm is.



Theorie B Wortelverband

In de formule $T = 3 + \sqrt{t}$ is T de temperatuur in graden Celsius en t de tijd in uren.

Er is een verband tussen de temperatuur en de tijd.

In de formule staat één van de variabelen onder het wortelteken. Daarom is het een **wortelverband**. Bij een wortelverband kun je een grafiek tekenen. De grafiek is een vloeiende kromme en heeft de vorm van een halve parabool op zijn kant.

Voorbeeld Grafiek bij wortelverband tekenen

Opgave

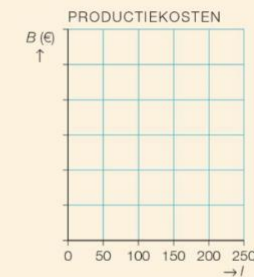
De firma Besseling maakt ledlampen. De productiekosten worden berekend met de formule $B = 30\sqrt{100l + 1000}$.

Hierin is B het bedrag in euro's en l het aantal lampen.

- a Vul de tabel in. Rond indien nodig af op een geheel getal.

PRODUCTIEKOSTEN

l	0	25	50	100	250
B (€)					



- b Teken de grafiek. Maak zelf een verdeling langs de verticale as.
c Bereken bij hoeveel lampen er volgens de formule voor het eerst meer dan €5000 productiekosten zijn.

Aanpak

- a** Voor $l = 0$ krijg je
 $B = 30 \times \sqrt{100 \times 0} + 1000 = 1000$.
 Zet dat in de tabel.
 Voor $l = 250$ krijg je
 $B = 30 \times \sqrt{100 \times 250} + 1000 = 5743$.
 Zet dat in de tabel.
 Vul de tabel verder in.



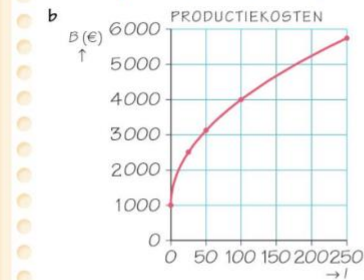
Gebruik de cursortoets om onder de wortel uit te komen.

- b** De verticale as moet lopen van 1000 naar 5743. Maak bijvoorbeeld stappen van 1000, dus 0, 1000, 2000, ..., 6000. Teken de punten uit de tabel in het assenstelsel. Verbind de punten met een vloeiende kromme.
- c** In de grafiek zie je dat het antwoord in de buurt van 175 lampen ligt. Gebruik inklemmen om het precieze aantal lampen te berekenen. De vergelijking is $30\sqrt{100l + 1000} = 5000$. Schrijf minstens drie berekeningen op.

Uitwerking

a PRODUCTIEKOSTEN

l	0	25	50	100	250
B (€)	1000	2500	3121	4000	5743



- c** $l = 175 \rightarrow 30 \times \sqrt{100 \times 175} + 1000 = 4968,626\dots$ te weinig
 $l = 177 \rightarrow 30 \times \sqrt{100 \times 177} + 1000 = 4991,240\dots$ te weinig
 $l = 178 \rightarrow 30 \times \sqrt{100 \times 178} + 1000 = 5002,499\dots$ te veel
 Bij 178 lampen zijn er voor het eerst meer dan €5000 productiekosten.

Veulen

Test opgave [▶] [WERKBOEK] Misty is een veulen. Vanaf het moment dat het geboren is, kun je zijn gewicht in de eerste twee jaar berekenen met de formule $G = 57 \times \sqrt{2,24t + 1}$. Hierin is het G het gewicht in kilogrammen en t de tijd in maanden.



- a** Vul de tabel in. Rond steeds af op hele kilogrammen.

VEULEN MISTY

t (maanden)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
G (kg)									

- b** Teken de grafiek. Maak zelf een verdeling langs de verticale as.
c Bereken na hoeveel maanden het veulen volgens de formule voor het eerst meer dan 350 kg weegt.

Rage

11 [▶] [WERKBOEK] We spreken van een rage als een artikel sterk in de mode is. Jojo's zijn een rage geweest. Een speelgoedwinkelier berekent het aantal verkochte jojo's met de formule $\text{aantal} = 75 \times \sqrt{2t}$.



- Hierin is t de tijd in dagen.
a Na 10 dagen verkoopt de winkelier $75 \times \sqrt{2 \times 10}$ jojo's. Controleer dat dit 335 jojo's zijn.
b Hoeveel jojo's heeft hij verkocht na 30 dagen?

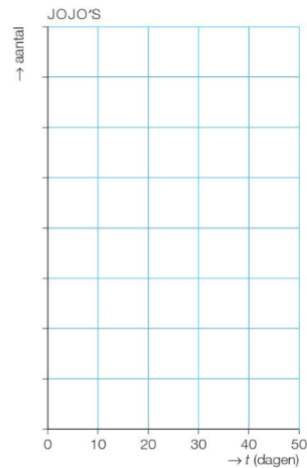
12 [▶] [WERKBOEK] We spreken van een rage als een artikel sterk in de mode is. Jojo's zijn een rage geweest. Een speelgoedwinkelier berekent het aantal verkochte jojo's met de formule $\text{aantal} = 75 \times \sqrt{2t}$.

JOJO'S

- Hierin is t de tijd in dagen.
a Vul de tabel verder in.

t (dagen)	0	10	20	30	40	50
aantal	0					750

- b Hiernaast zie je een assenstelsel waarvan de verdeling langs de verticale as ontbreekt. De grafiek die bij de tabel hoort begint op hoogte 0 en eindigt op hoogte 750. Maak zelf een verdeling langs de verticale as.
- c Teken de grafiek.



- 13 Je gaat berekenen na hoeveel dagen er voor het eerst meer dan 500 jojo's zijn verkocht. In de grafiek zie je dat het in de buurt van 25 dagen moet liggen.
- a Vul 25 in de formule in en bereken het aantal jojo's.
- b Vul 22 in de formule in en bereken het aantal jojo's.
- c Vul 23 in de formule in en bereken het aantal jojo's.
- d Na hoeveel dagen zijn er voor het eerst meer dan 500 jojo's verkocht?

Voedsel koelen

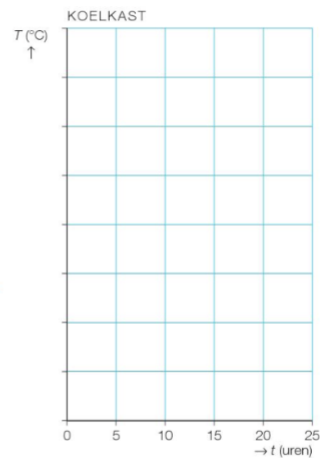
- 14 De koelkast is stuk gegaan. Daarom stijgt de temperatuur. De formule bij het warmer worden is $T = \sqrt{t} + 3$. Hierin is T de temperatuur in graden Celsius en t de tijd in uren.

- a Vul de tabel in. Rond af op één decimaal.

KOELKAST

t (uren)	0	5	10	15	20	25
T (°C)						

- b Teken de grafiek bij de tabel. Maak zelf een verdeling langs de verticale as.



- 15 Als de temperatuur van de koelkast hoger wordt dan $8,5^\circ\text{C}$ moet het voedsel worden weggegooid. Het gevaar van voedselvergiftiging door te veel bacteriën is dan te groot. Na hoeveel uur moet het voedsel weggegooid worden? Los op door in te klemmen. Zorg voor minstens drie berekeningen.

Snelle auto

- 16 De Audi TT kan snel optrekken. De snelheid bij het optrekken kun je berekenen met de formule $v = 40\sqrt{t}$. Hierin is v de snelheid in km/uur en t de tijd in seconden.



- a Wat is de snelheid van de Audi na 5 seconden? Rond af op een geheel getal.
- b En na 10 seconden? Rond af op een geheel getal.
- c Vul de tabel in. Rond af op gehele getallen.
- d Teken de grafiek.
- e Na ongeveer hoeveel seconden rijdt de Audi 100 km/uur?
- f De snelheid van de Audi TT is begrensd. De maximumsnelheid is daardoor 250 km/uur. Kleur het gedeelte van de grafiek dat zinvol is zwart.

AUDI TT

t (seconden)	0	5	10	20	30	45	60
v (km/uur)							

Slingertijd

- 17 Tussen de slingertijd en de lengte van een slinger van een klok bestaat een verband. Als je de lengte van de slinger weet, kun je de slingertijd berekenen met de formule $S = 2\sqrt{l}$. Hierin is S de slingertijd in seconden en l de lengte van de slinger in meters.



- a Bereken de slingertijd bij een slinger met een lengte van 0,5 m. Rond je antwoord af op twee decimalen.
- b Een kleine klok heeft een slinger van 15 cm. Bereken de slingertijd van deze klok. Rond af op twee decimalen.

- c Vul je antwoorden in de tabel in. Rond indien nodig af op twee decimalen.
- d Teken de grafiek bij de formule.

SLINGERTIJD

l	0	0,1	0,15	0,2	0,4	0,6	0,8	1
S								

Uitkijktoren

18 [W] Lise staat op een uitkijktoren. Hoe ver ze kan kijken hangt af van de hoogte waarop ze staat. De formule die bij benadering het verband aangeeft tussen de ooghoogte en de kijkafstand is $k = 1,4 \times \sqrt{\pi \times h}$.

Hierin is k de *kijkafstand* in kilometers en h de *ooghoogte* in meters.

- a** Laat met een berekening zien dat, als de ooghoogte van Lise 10 m is, de kijkafstand afgerond op één decimaal 7,8 km is.
b Vul de tabel in. Rond indien nodig af op één decimaal.

UITKIJKTOREN

h	0	2	4	6	8	10
k						

- c** Teken de grafiek die bij de formule hoort.
d Bereken hoe hoog de ooghoogte van Lise moet zijn om voor het eerst meer dan 10 km ver te kunnen kijken. Rond af op één decimaal.



Brandende kaarsen

19 [W] Manon heeft een kaars. De lengte L van de kaars berekent zij met de formule $L = 25 - 5\sqrt{t}$.

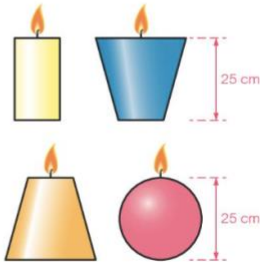
Hierin is L de *lengte* in cm en t de *tijd* in branduren.

- a** Hoe lang is de kaars als hij wordt aangestoken?
b Vul de tabel in. Rond indien nodig af op één decimaal.

KAARS

t	0	5	10	15	20	25	30
L							

- c** Teken de grafiek bij de formule.
d Bereken na hoeveel branduren de kaars voor het eerst korter is dan 8 cm. Rond af op hele uren.
e Vul in: *sneller* of *langzamer*.
 De kaars van Manon smelt steeds ...
f Welke van de vier kaarsen hiernaast is van Manon?



20 De kaars van Paula is korter en dikker dan die van Manon.

- a** Welke formule past volgens jou het best bij de kaars van Paula?
 I $L = 30 - 3\sqrt{t}$
 II $L = 20 - 3\sqrt{t}$
 III $L = 30 - 8\sqrt{t}$
 IV $L = 20 - 8\sqrt{t}$
b Welke kaars brandt langer, die van Manon of die van Paula?

Wortelverband

21 [W] Hieronder is de grafiek getekend bij de formule $y = 30 - 3\sqrt{2x}$.



- a** Een punt van de grafiek heeft als x -waarde 8. Bereken de y -waarde voor dit punt.
b Bereken met inklemmen de x -waarde van het punt waarvan de y -waarde 6 is.
c Gegeven is de formule $y = 20 - 3\sqrt{2x}$.
 Vul de tabel die hierbij hoort in. Rond indien nodig af op één decimaal.
d Teken de grafiek die bij de tabel hoort.

$$y = 20 - 3\sqrt{2x}$$

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80
y									

Woordenlijst

- bacteriën
- slingertijd
- wortelverband

2.3 Exponentiële verbanden

Griep

22 [] [] WERKBOEK In een stad hebben 20 mensen de griep. Dit aantal neemt elke dag met 20 toe.

- Vul de tabel verder in.
- Bij de tabel hoort een lineair verband. Leg uit waarom.
- In een andere stad zijn ook 20 zieke mensen. Elke dag verdubbelt dit aantal. Vul de tabel verder in.
- Hoort de tabel bij een lineair verband? Leg je antwoord uit.

ZIEKE MENSEN STAD 1

tijd (dagen)	0	1	2	3	4	5
aantal	20	40				

ZIEKE MENSEN STAD 2

tijd (dagen)	0	1	2	3	4	5
aantal	20	40				

Theorie C Formule bij een exponentieel verband

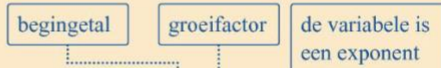
Het aantal bacteriën in een schaalpje vla staat in de tabel hieronder. In de tabel is t de tijd in uren.

BACTERIËN

t	0	1	2	3	4	5
aantal bacteriën	25	50	100	200	400	800

Diagram showing growth factors: $\times 2$ between each time step, and $+1$ between each time step.

Het aantal bacteriën wordt elk uur met 2 vermenigvuldigd. De **groefactor** is 2.



De formule die erbij hoort is **aantal bacteriën** = 25×2^t .

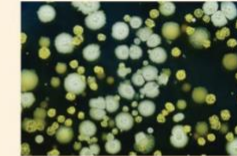
Er is een verband tussen de tijd en het aantal bacteriën. In de formule is de variabele t een exponent. Daarom is het een **exponentieel verband**.

De formule bij een exponentieel verband ziet er zo uit: **aantal** = **begingetal** \times **groefactor**^{tijd}.

Voorbeeld Exponentieel verband

Opgave

De tabel gaat over de groei van het aantal bacteriën.



BACTERIËN

t	0	1	2	3
aantal	5	15	45	135

In de tabel is t de tijd in uren.

Onderzoek of er een exponentieel verband is tussen de tijd en het aantal bacteriën. Zo ja, welke formule hoort bij de tabel?

Aanpak

In de bovenste rij zie je steeds $+1$. Om te onderzoeken of er een exponentieel verband is, maak je delingen met de getallen in de onderste rij. Krijg je telkens dezelfde uitkomst, dan is er een exponentieel verband.

BACTERIËN

t	0	1	2	3
aantal	5	15	45	135

Diagram showing growth factors: $+1$ between each time step, and $15:5=3$ between each time step.

De uitkomst van de delingen is de groefactor.

De formule heeft de vorm van **aantal** = **begingetal** \times **groefactor**^{tijd}.

Het getal onder de 0 is 5. Het begingetal is dus 5.

Uitwerking

- $15:5 = 3$
- $45:15 = 3$
- $135:45 = 3$
- Er is een exponentieel verband tussen de tijd en het aantal bacteriën.
- De groefactor is 3.
- De formule is aantal = 5×3^t .

Exponentiële groei

Test opgave

De tabel gaat over het aantal merels in een bos. In de tabel is t de tijd in jaren.

Onderzoek of er een exponentieel verband is tussen de tijd en het aantal merels.

Zo ja, welke formule hoort bij de tabel?

MERELS

t	0	1	2	3
aantal	6	24	96	384

Tabellen

23

[> WERKBOEK] De tabel gaat over het aantal mussen in een park. In de tabel is t de tijd in jaren.

Je gaat onderzoeken of er een exponentieel verband is tussen de tijd en het aantal mussen.

- a Komt er in de bovenste rij steeds 1 bij?
- b Om te onderzoeken of er een exponentieel verband is, maak je delingen met de getallen in de onderste rij.

Vul in.

$8 : 4 = \dots$

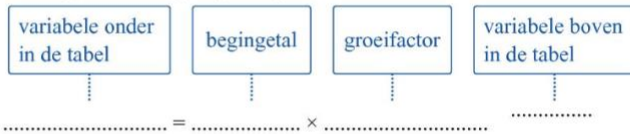
$16 : 8 = \dots$

$32 : \dots = \dots$

Als je het goed hebt gedaan, heb je steeds hetzelfde antwoord.

Dat getal is de groeifactor.

- c Vul de groeifactor op de juiste plaats in het schema in.



- d Welke variabele staat onder in de tabel? Vul die in het schema in.
- e Het begingetal staat onder de 0 in de tabel. Vul dat in het schema in.
- f Welke variabele staat boven in de tabel? Vul die in het schema in. Je hebt nu de exponentiële formule bij de tabel gemaakt.

MUSSEN

t	0	1	2	3
aantal	4	8	16	32

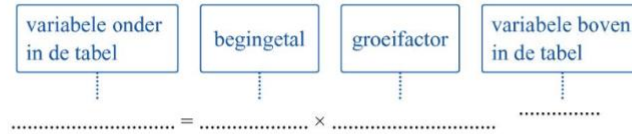


24

[> WERKBOEK] Je gaat onderzoeken of er een exponentieel verband is tussen t en het aantal.

t	0	1	2	3
aantal	100	400	1600	6400

- a Komt er in de bovenste rij steeds 1 bij?
- b Om te onderzoeken of er een exponentieel verband is, maak je delingen met de getallen in de onderste rij. Als je het goed hebt gedaan, heb je steeds hetzelfde antwoord. Dat getal is de groeifactor. Vul de groeifactor op de juiste plaats in het schema in.
- c Vul de variabele onder in de tabel in het schema in.



- d Vul het begingetal in het schema in.
- e Vul de variabele boven in de tabel in het schema in.

25

Onderzoek of er een exponentieel verband is tussen t en het aantal. Zo ja, welke formule hoort bij de tabel?

t	0	1	2	3
aantal	2	20	200	2000

26

a Onderzoek of er een exponentieel verband is tussen t en het aantal. Zo ja, welke formule hoort bij de tabel I?

t	0	1	2	3	4
aantal	1500	2250	3375	5062,5	7593,75

b Onderzoek of er een exponentieel verband is tussen t en het aantal. Zo ja, welke formule hoort bij de tabel II?

t	0	1	2	3	4
aantal	20	60	180	540	1620

27

a [> WERKBOEK] Bij de twee tabellen hieronder hoort exponentiële groei. Vul de tabellen verder in.
b Schrijf de formules op die bij de tabellen horen.

I

t	0	1	2	3
aantal	75	90		

II

t	0	1	2	3
aantal	100	180		

Wolven

28 [WERKBOEK] Het aantal wolven in Polen neemt snel toe. Volgens een bioloog groeit het aantal wolven volgens de formule $\text{aantal} = 800 \times 1,2^t$.

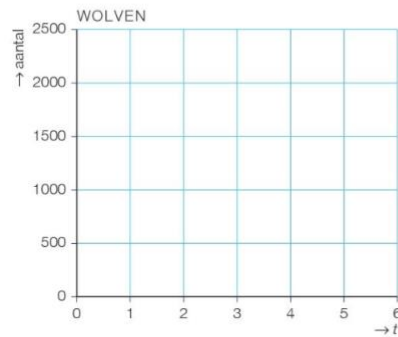
Hierin is t de tijd in jaren met $t = 0$ in 2018.

a Vul de tabel in.

WOLVEN	
t	aantal
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

b Hoeveel wolven zijn er bijgekomen in het eerste jaar?

c Teken de grafiek.



Het eerste jaar is het verschil tussen jaar 1 en jaar 0.

Theorie D Toename

Soms moet je een toename in een bepaald jaar berekenen. Hoe dat gaat zie je in het voorbeeld.

Voorbeeld Exponentiële toename

Opgave

De waarde van de export van geteelde garnalen per jaar kan berekend worden met de formule $B = 5,6 \times 1,24^t$. Hierin is B het bedrag in miljoenen euro's en t het aantal jaren na 1 januari 2015.

a Bereken hoeveel miljoen euro de export op 1 januari 2018 is. Rond af op hele miljoenen.

- b** Met hoeveel miljoen euro is de export in 2019 toegenomen? Rond af op hele miljoenen.
- c** Vul de tabel in. Rond steeds af op hele miljoenen.
- d** Teken de grafiek in het assenstelsel.

Aanpak

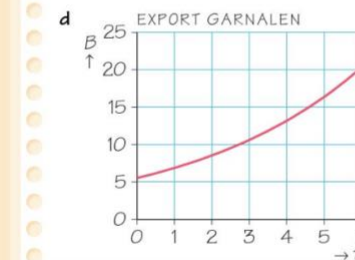
- a** Op 1 januari 2018 is $t = 2018 - 2015 = 3$. Vul $t = 3$ in de formule in en bereken het bedrag.
- b** Heel het jaar 2019 loopt van 1 januari 2019 tot 1 januari 2020. Bereken dus het verschil tussen 1 januari 2019 en 1 januari 2020. Je gaat het eindantwoord afronden op miljoenen, daarom rond je de tussenantwoorden af op één decimaal.
- d** Teken de punten uit de tabel in het assenstelsel. De grafiek door de punten is een vloeiende kromme.

Uitwerking

- a** $t = 2018 - 2015 = 3$
 $5,6 \times 1,24^3 = 10,677\dots$
 Op 1 januari 2018 was de export 11 miljoen euro.
- b** Op 1 januari 2019 is $t = 2019 - 2015 = 4$.
 Op 1 januari 2020 is $t = 2020 - 2015 = 5$.
 $t = 4 \rightarrow 5,6 \times 1,24^4 = 13,2$
 $t = 5 \rightarrow 5,6 \times 1,24^5 = 16,4$
 $16,4 - 13,2 = 3,2$
 In 2019 is de export met 3 miljoen euro toegenomen.

c EXPORT GARNALEN

t	0	1	2	3	4	5	6
B	6	7	9	11	13	16	20



Zeehonden

Test opgave

[>] [WERKBOEK] Het aantal grijze zeehonden stijgt de laatste jaren exponentieel.

Bij de groei van het aantal zeehonden hoort de formule $\text{aantal} = 2108 \times 1,35^t$.

Hierin is t de tijd in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2014.

- Bereken hoeveel grijze zeehonden er op 1 januari 2018 zijn.
- Hoeveel grijze zeehonden zijn er in 2019 bijgekomen?
- Vul de tabel in.
- Teken de grafiek.



GRIJZE ZEEHONDEN

t	0	1	2	3	4	5	6
aantal							

Insecten

29

[>] [WERKBOEK] Het aantal insecten in een afgesloten ruimte neemt toe volgens de formule $\text{aantal} = 20 \times 4^t$.

Hierin is t de tijd in weken.

- Welk getal in de formule is het begingetal?
- Welk getal in de formule is de groeifactor?
- Je gaat het aantal insecten na 5 weken berekenen.

Je vult voor $t = 5$ in. Je krijgt 20×4^5 .

Bereken het aantal insecten na 5 weken. Er zijn alleen hele insecten, dus afronden op helen.

- Je gaat berekenen hoeveel insecten er in de 8^e week zijn bijgekomen.

De 1^e week loopt van $t = 0$ tot $t = 1$.

De 2^e week loopt van $t = 1$ tot $t = 2$.

De 8^e week loopt van $t = 7$ tot $t = 8$.

Bereken het aantal insecten voor $t = 7$ en $t = 8$.

Bereken daarna het verschil.

Hoeveel insecten zijn er in de 8^e week bijgekomen?

- Vul de tabel in.

INSECTEN

t	0	1	2	3	4	5	6
aantal							

- Teken de grafiek.



Aandeel

30

[>] [WERKBOEK] De waarde van een aandeel van mevrouw Schipper stijgt exponentieel. De formule daarbij is $\text{waarde} = 25 \times 1,15^t$.

Hierin is de *waarde* in euro's en t de *tijd* in jaren.

- De beginwaarde is €25. Wat is de groeifactor?
- Laat met een berekening zien dat na 4 jaar de waarde van het aandeel €43,73 is.
- Bereken de waarde van het aandeel na 5 jaar.
- Bereken de toename van de waarde in het vijfde jaar.
- Vul de tabel verder in.

AANDEEL

t (jaren)	0	1	2	3	4	5
waarde (€)	25					

- Teken de grafiek.

Het vijfde jaar loopt van $t = 4$ tot $t = 5$.

Konijnen

31

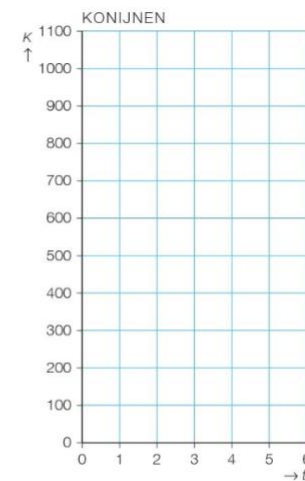
[>] [WERKBOEK] Op 1 januari 2014 werd op een eiland een groep van 50 konijnen losgelaten. Ieder volgend jaar werd het aantal konijnen op het eiland opnieuw geteld. Het aantal konijnen groeit volgens de formule $K = 50 \times 1,65^t$. Hierin is K het *aantal* konijnen en t de *tijd* in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2014.

- Bereken hoeveel konijnen er op 1 januari 2018 zijn.
- Hoeveel konijnen zijn er in 2020 bijgekomen?
- Vul de tabel in.

KONIJNEN

t	0	1	2	3	4	5	6
K							

- Teken de grafiek.



Zeehonden

32 Op 1 januari 2009 telde de Waddenzee 5500 zeehonden. In de tabel zie je hoeveel zeehonden er in de jaren daarna zijn.

ZEEHONDEN IN DE WADDENZEE

t	2009	2010	2011	2012	2013	2014
aantal	5500	6875	8594	10742	13428	16785

De telling begint op 1 januari 2009, daarom is $t = 0$ op 1 januari 2009.

- Er is een exponentieel verband tussen de tijd en het aantal zeehonden. Welke formule hoort bij de tabel?
- Hoeveel zeehonden zijn er op 1 januari 2020 volgens de formule?
- Hoeveel zeehonden zijn er in 2020 bijgekomen?

Stuiteren

33 [WERKBOEK] Jacco laat een bal stuiteren. Hierbij hoort de formule $h = 2 \times 0,6^n$.

Hierin is h de hoogte in meters en n het aantal keren stuiteren.

- Van welke hoogte valt de bal?
- Hoe hoog komt de bal na drie keer stuiteren? Geef je antwoord in hele centimeters.
- En na vijf keer stuiteren? Geef je antwoord in hele centimeters.
- Vul de tabel in en teken de grafiek. Rond zo nodig af op twee decimalen.



Rekenbreak

	Bereken.	
	$5 \times 12,5$	$40 - 28,5$

Woordenlijst

- exponentiële formule
- exponentieel verband
- groefactor

2.4 Exponentiële groei en procenten

Spaargeld

34 Wietse opent een spaarrekening. Bij zijn spaarbedrag hoort de formule $B = 250 \times 1,035^t$.

Hierin is B het bedrag in euro's en t de tijd in jaren.

- Welk bedrag zet Wietse op de bank?
- Hoeveel staat er na 2 jaar op de spaarrekening van Wietse?

Theorie E Exponentiële toename en procenten

Neemt een hoeveelheid met 12% toe, dan krijg je $100\% + 12\% = 112\%$.

De groefactor is dan $112 : 100 = 1,12$.

$$: 100 \left(\begin{array}{ccc} 100\% & 100\% & 100\% \\ 12\% & 5,3\% & 0,8\% \\ \hline 112\% & 105,3\% & 100,8\% \end{array} \right) + \text{dus } \times 1,12 \quad \text{dus } \times 1,053 \quad \text{dus } \times 1,008 \quad : 100$$

Bij een toename van 5,3% hoort een groefactor van 1,053.

Bij een toename van 0,8% hoort een groefactor van 1,008.

Voorbeeld Exponentiële toename en procenten

Opgave

Op 1 januari 2004 leefden in Finland 110 wolven. Door aanloop van wolven uit het noorden van Rusland groeit hun aantal. De toename is jaarlijks 9,2%.

- Schrijf de formule op die bij de groei van het aantal wolven hoort. Gebruik de variabele a voor het aantal wolven en t voor de tijd in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2004.
- Hoeveel wolven zijn er op 1 januari 2015?
- En op 1 januari 2020?
- In welk jaar zijn er voor het eerst meer dan 500 wolven?

Aanpak

- begingetal = 110
 $100\% + 9,2\% = 109,2\%$
 groefactor = $109,2 : 100$
- Zoek de t die hoort bij 1 januari 2015.
 $t = 2015 - 2004 = 11$
 Vul $t = 11$ in de formule in.
- Bij 2020 hoort $t = 2020 - 2004 = 16$.
- Gebruik inklemmen.

Uitwerking

- a $100\% + 9,2\% = 109,2\%$
De groeifactor is $109,2 : 100 = 1,092$.
De formule is $a = 110 \times 1,092^t$.
- b $t = 2015 - 2004 = 11$
 $110 \times 1,092^{11} = 289,628\dots$
Op 1 januari 2015 zijn er 290 wolven.
- c $t = 2020 - 2004 = 16$
 $110 \times 1,092^{16} = 449,733\dots$
Op 1 januari 2020 zijn er 450 wolven.
- d $t = 17 \rightarrow 110 \times 1,092^{17} = 491,108\dots$
 $t = 18 \rightarrow 110 \times 1,092^{18} = 536,290\dots$
 $2004 + 17 = 2021$
Op 1 januari 2021 zijn er 491 wolven.
Op 1 januari 2022 zijn er al 536 wolven, dus in de loop van 2021 zijn er voor het eerst meer dan 500 wolven.

Galápagoseilanden

Test opgave

Op één van de Galápagoseilanden leeft een kolonie zeeleguanen.



- Op 1 januari 2018 waren er 175 zeeleguanen.
Dit aantal groeit naar verwachting jaarlijks met 1,2%.
- Schrijf de formule op die hierbij hoort. Gebruik de variabele a voor het aantal zeeleguanen en t voor de tijd in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2018.
 - Hoeveel zeeleguanen waren er op 1 januari 2020?
 - Hoeveel zeeleguanen zullen er op 1 januari 2030 zijn?
 - In welk jaar zijn er voor het eerst meer dan 225 zeeleguanen?

Groeifactor

- 35 Bij een toename van 25% hoort een groeifactor van 1,25.
Schrijf bij elke toename hieronder steeds op welke groeifactor daarbij hoort.
- toename 12%
 - toename 1,2%
 - toename 8%
 - toename 0,8%

$$100\% + 25\% = 125\%$$

$$\text{De groeifactor is } 125 : 100 = 1,25.$$

Spaarrekening

- 36 [WERKBOEK] Vul de tabel verder in.

formule	beginbedrag	groeifactor	toename	bedrag na 5 jaar
$B = 300 \times 1,15^t$	€ 300	1,15	15%	€ 603,41
$B = 300 \times 1,08^t$				
$B = 80 \times 1,12^t$				

- 37 [WERKBOEK] Een bedrag van € 500 staat op de bank.
De jaarlijkse rente is 4%.

a Welk getal is het begingetal? Vul dat in het schema in.

$$\text{spaarbedrag} = \dots \times \dots^t$$

begingetal groeifactor

Hierin is het spaarbedrag in euro's en t de tijd in jaren.

- Welk getal is de groeifactor? Vul het begingetal en de groeifactor in het schema in.
- Hoeveel euro is het bedrag na 8 jaar?

- 38 De Ideaalbank geeft 2,4% rente op een jeugdspaarrekening.
Sonja zet € 200 op zo'n spaarrekening.

- Welke formule hoort bij de spaarrekening van Sonja? Gebruik de variabele B voor het spaarbedrag in euro's en t voor de tijd in jaren.
- Sonja laat het bedrag 10 jaar op de rekening staan. Hoeveel euro staat er na deze 10 jaar op haar spaarrekening?
- Hoeveel euro staat er na 20 jaar op haar spaarrekening?
- Hoeveel euro staat er na 25 jaar op haar spaarrekening?
- Na hoeveel jaar staat er voor het eerst meer dan € 350 op haar spaarrekening?

39 [WERKBOEK] Vul de tabel verder in.

formule	beginbedrag	groefactor	toename	bedrag na 10 jaar
$B = 600 \times 1,07^t$				
$B = \dots \times \dots^t$	€ 250	1,055		
$B = 1800 \times \dots^t$			23%	

Salmonella

- 40 Een laborant bestudeert een salmonellakolonie. Dat is een groep salmonellabacteriën bij elkaar. De kolonie begint met 4000 bacteriën. Elke dag groeit de kolonie met 15%.
- Maak de formule bij de groei van de bacteriën. Gebruik de variabele a voor het *aantal* bacteriën en t voor de *tijd* in dagen.
 - Op de hoeveelste dag zijn er meer dan 8000 bacteriën?

- 41 Een andere salmonellakolonie wordt in de koelkast gezet. Deze kolonie begint ook met 4000 bacteriën. Bij een temperatuur van 4°C groeien de bacteriën half zo snel. Bereken het aantal bacteriën na 4 dagen.

ARTIKEL BEROEP GESCHIEDENIS INFORMATIEF

Biologisch medisch analist

Wil jij weten wat er onder een microscoop gebeurt en vind jij micro-organismen zoals bacteriën, virussen en/of schimmels interessant? Dan is de mbo-opleiding *Biologisch medisch analist* op niveau 4 misschien wel iets voor jou.

Je maakt kennis met het laboratorium, de werkmethode en de apparatuur. Je onderzoekt materiaal dat afkomstig is van levende organismen. Je signaleert afwijkingen en neemt beslissingen over vervolgstappen. Na deze opleiding kun je aan het werk in een laboratorium.



Auto's

- 42 In 1920 waren er in Nederland 5000 auto's. Dat aantal nam elk jaar met 17% toe.
- Welke formule hoort bij het aantal auto's in Nederland? Gebruik de variabele a voor het *aantal* auto's en t voor de *tijd* in jaren na 1920.
 - Hoeveel auto's waren er volgens de formule in 1935?
- 43 In 2014 waren er in Nederland 8 miljoen auto's. De verwachting is dat het aantal auto's in de komende jaren blijft groeien. Jens denkt dat er 200 000 auto's per jaar bij zullen komen. Manoe denkt dat het aantal auto's met 2,5% per jaar zal groeien. Volgens wie zal het aantal auto's dan het eerst de grens van 12 miljoen bereiken?

Dromedarissen

- 44 In 1840 werden de eerste dromedarissen naar Australië gebracht om als vervoermiddel te dienen. Toen jaren later de trein kwam, waren de dieren niet meer nodig en werden ze vrijgelaten in de Australische woestijn. In 2008 zijn er 900 000 dromedarissen in de Australische woestijn. Elk jaar neemt hun aantal met 11% toe.
- Welke formule hoort bij het aantal dromedarissen in Australië? Gebruik de variabele a voor het *aantal* dromedarissen en t voor de *tijd* in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2008.
 - Bereken in welk jaar er volgens deze formule voor het eerst meer dan 4 miljoen dromedarissen in de Australische woestijn zullen zijn.



Sneeuwpop

- 45 Als de temperatuur boven de 0°C komt, zal de sneeuwpop smelten. Hoe snel dat gaat bij 8°C zie je aan de formule $\text{hoogte} = 425 \times 0,95^t$. Hierin is de *hoogte* in cm en t de *tijd* in uren.
- Hoe hoog is de sneeuwpop bij $t = 0$?
 - Hoe hoog is de sneeuwpop na 5 uur? Rond af op hele centimeters.
 - De hoogte neemt elk uur met 5% af. Hoe zie je dat aan de groefactor?
 - Hoe hoog is de sneeuwpop na twee dagen? Rond af op hele centimeters.



Theorie F Exponentiële afname en procenten

Neemt een hoeveelheid met 16% af, dan krijg je $100\% - 16\% = 84\%$.
De groefactor is dan $84 : 100 = 0,84$.

	100%	100 %	100 %
	16%	7,2%	0,6%
	84%	92,8%	99,4%
: 100 ↙	dus $\times 0,84$	dus $\times 0,928$	dus $\times 0,994$ ↘ : 100

Bij een afname van 7,2% hoort een groefactor van 0,928.
Bij een afname van 0,6% hoort een groefactor van 0,994.

Voorbeeld Exponentiële afname en procenten

Opgave

In Ethiopië leefden op 1 januari 2010 nog zo'n 10 000 Grevy-zebra's. De verwachting is dat de populatie met 8,5% per jaar afneemt.

- Schrijf de formule op voor het aantal zebra's. Gebruik de variabele a voor het aantal zebra's en t voor de tijd in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2010.
- Hoeveel zebra's zijn er naar verwachting op 1 januari 2025?
- In welk jaar zijn er voor het eerst minder dan 5000 zebra's?

Aanpak

- begingetal = 10 000
 $100\% - 8,5\% = 91,5\%$
groefactor = $91,5 : 100$
- Zoek de t die hoort bij 1 januari 2025.
- Gebruik inklemmen.

Uitwerking

- $100\% - 8,5\% = 91,5\%$
De groefactor is $91,5 : 100 = 0,915$.
De formule is $a = 10\,000 \times 0,915^t$.
- $t = 2025 - 2010 = 15$
 $10\,000 \times 0,915^{15} = 2638,252\dots$
Op 1 januari 2025 zijn er naar verwachting 2638 zebra's.
- $t = 7 \rightarrow 10\,000 \times 0,915^7 = 5369,670\dots$
 $t = 8 \rightarrow 10\,000 \times 0,915^8 = 4913,248\dots$
 $2010 + 7 = 2017$
Op 1 januari 2017 zijn er 5370 zebra's.
Op 1 januari 2018 zijn er nog maar 4913 zebra's, dus in de loop van 2017 zijn er voor het eerst minder dan 5000 zebra's.

Firma Staal

Test
opgave

Op 1 januari 2012 heeft de firma Staal 4500 werknemers. Het aantal werknemers neemt per jaar met 4,5% af.

- Schrijf de formule op voor het aantal werknemers. Gebruik de variabele a voor het aantal werknemers en t voor de tijd in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2012.
- Bereken het aantal werknemers op 1 januari 2018.
- In welk jaar zijn er voor het eerst minder dan 2250 werknemers?

Groefactor

46
□

- Leg uit dat bij een afname van 25% een groefactor van 0,75 hoort.
- Welke groefactor hoort bij een afname van 12%?
- En welke groefactor bij een afname van 1,2%?

Temperatuur thee

47
□

[> WERKBOEK] Layla wil weten hoe snel een kopje thee afkoelt. Daarom meet ze elke minuut de temperatuur van het kopje thee. In het begin is de thee 90°C. Layla ontdekt dat de temperatuur exponentieel afneemt. Per minuut daalt de temperatuur 12%. Hierbij ga je de formule maken.



- Welk getal is het begingetal? Vul dat in de formule in.

temperatuur = $\dots \times \dots^t$

begingetal

groefactor

Hierin is de temperatuur in °C en de t de tijd in minuten.

- $100\% - 12\% = 88\%$
Welke groefactor hoort bij 88%? Vul dat in de formule in.
- Bereken de temperatuur na 6 minuten. Rond af op helen.
- Bereken de temperatuur na 7 minuten. Rond af op helen.
- Bereken de temperatuur na 8 minuten. Rond af op helen.
- Na hoeveel minuten is de temperatuur voor het eerst lager dan 40°C?

Fiets

48 De luchtdruk in de fietsband van Francis is 2,5 bar. In de band zit een klein gaatje. Daarom zit er elk uur 10% minder lucht in de band.



- Schrijf de formule op van de luchtdruk in de band. Gebruik de variabele L voor de *luchtdruk* in bar en t voor de *tijd* in uren.
- Hoeveel bar is de luchtdruk na 2 uur?
- Je kunt niet meer fietsen als de druk minder is dan 1,25 bar. Na hoeveel uur is dat? Rond af op één decimaal.
- Na hoeveel uur en hoeveel minuten is dat?

49 Als een fiets ouder wordt, wordt hij minder waard. Francis heeft een fiets gekocht op 1 januari 2019. Die kostte toen €1500. Elk jaar daalt de waarde van de fiets met 17,5%.

- Schrijf de formule op. Gebruik de variabele B voor het bedrag in euro's en t voor de *tijd* in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2019.
- Wat is de waarde van de fiets op 1 januari 2022?
- In welk jaar is de waarde van de fiets nog €750?
- Francis verkoopt de fiets op 1 juli 2024 voor €600. Is dat een goede prijs? Laat met een berekening zien hoe je aan je antwoord komt.

Tabel

50 Vul de tabel in.

beginbedrag	afname	groefactor	formule	bedrag na 5 jaar
€ 300	15%		$B =$	
€ 250		0,65	$B =$	
			$B = 654 \times 0,976^t$	

Werknemers

51 Op 1 januari 2018 had een bedrijf 198 werknemers. Het gaat niet goed met het bedrijf. De directie verwacht dat er elk jaar mensen ontslag zullen krijgen.

- Stel de formule op als elk jaar 14% van de werknemers ontslag krijgt. Gebruik de variabele a voor het *aantal* werknemers en t voor de *tijd* in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2018.
- In welk jaar zal het bedrijf minder dan 50 werknemers hebben?
- Vul de tabel bij de formule in.
- Teken de grafiek bij de tabel.

	WERKNEMERS						
t	0	2	4	6	8	10	12
a							

[VMBO-GT] Theorie G Verdubbelingstijd en halveringstijd

De tijd die nodig is om het begingetal te verdubbelen noem je de **verdubbelingstijd**.

De tijd die nodig is om het begingetal te halveren noem je de **halveringstijd**.

In de voorbeelden zie je hoe je de verdubbelingstijd en de halveringstijd berekent.

Voorbeeld Verdubbelingstijd berekenen

Opgave

Het aantal schapen in een schaapskudde kun je berekenen met de formule **aantal = $125 \times 1,12^t$** .

Hierin is t de *tijd* in jaren.

- Met hoeveel procent groeit de schaapskudde per jaar?
- Bereken de verdubbelingstijd in hele jaren.



Aanpak

- De groefactor is 1,12.
- Het begingetal is 125. Het dubbele van 125 is 250. Je krijgt de vergelijking **$125 \times 1,12^t = 250$** . Gebruik inklemmen om de verdubbelingstijd te berekenen.

Uitwerking

- a Het aantal schapen groeit elk jaar met 12%.
- b Het dubbele van 125 is $125 \times 2 = 250$.
- $t = 5 \rightarrow 125 \times 1,12^5 = 220,292\dots$ te weinig
- $t = 6 \rightarrow 125 \times 1,12^6 = 246,727\dots$ te weinig
- $t = 7 \rightarrow 125 \times 1,12^7 = 276,335\dots$ te veel
- De verdubbelingstijd is 7 jaar.

Voorbeeld Halveringstijdtijd berekenen

Opgave

Het aantal olifanten in een natuurpark kun je berekenen met de formule **aantal = $350 \times 0,92^t$** .

Hierin is t de tijd in jaren.

Bereken de halveringstijd in hele jaren.



Aanpak

Het begingetal is 350. De helft van 350 is 175.

Je krijgt de vergelijking **$350 \times 0,92^t = 175$** .

Gebruik inklemmen om de halveringstijd te berekenen.

Uitwerking

- De helft van 350 is $350 : 2 = 175$.
- $t = 7 \rightarrow 350 \times 0,92^7 = 195,246\dots$ te veel
- $t = 8 \rightarrow 350 \times 0,92^8 = 179,626\dots$ te veel
- $t = 9 \rightarrow 350 \times 0,92^9 = 165,256\dots$ te weinig
- De halveringstijdtijd is 9 jaar.

Dorp

Test opgave

Het aantal inwoners van een dorp nam vanaf 2014 sterk af doordat veel inwoners naar de stad verhuisden. De formule die bij benadering hierbij hoort, is **aantal inwoners = $5600 \times 0,89^t$** .

Hierin is t de tijd in jaren.

Bereken de halveringstijd in hele jaren.



Kroos in de vijver

52

Bij het kroos in de vijver van de familie De Winter hoort de formule

$$O = 12 \times 1,23^t$$

Hierin is O de oppervlakte in m^2 en t de tijd in dagen.

a Hoeveel vierkante meter kroos is er bij het begin van de meting?

b En hoeveel vierkante meter als het verdubbeld is?

c Bij de verdubbelingstijd hoort de vergelijking **$12 \times 1,23^t = 24$** .

Los deze vergelijking op met inklemmen en bereken de verdubbelingstijd in hele dagen.



Pythagorascollege

53

Op het Pythagorascollege neemt het aantal leerlingen af. Je kunt het aantal leerlingen berekenen met de formule

$$\text{aantal} = 1630 \times 0,96^t$$

Hierin is t de tijd in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2014.

a Hoeveel leerlingen zijn er op 1 januari 2014 op het Pythagorascollege?

b Hoeveel leerlingen zijn er als het aantal is gehalveerd?

c Bij de halveringstijd hoort de vergelijking **$1630 \times 0,96^t = 815$** .

Los deze vergelijking op met inklemmen en bereken de halveringstijd. Rond af op hele jaren.

Vijver

54

In de vijver van de familie Jansen zitten goudvissen. Het aantal vissen neemt exponentieel af.

Daarbij hoort de formule **aantal vissen = $50 \times 0,86^t$** .

Hierin is t de tijd in weken.

Bereken de halveringstijd. Rond af op hele weken.



Ratten

55 In een dorp in India is een rattenplaag. Ze eten alles op wat ze tegenkomen. De ratten eten ook de verbouwde gewassen op, zodat de inwoners vrezen voor een gebrek aan voedsel. Op 1 januari 2010 heeft men geschat dat er in het dorp ongeveer 4000 ratten leefden. Met de formule $A = 4000 \times 1,08^t$ kun je het aantal ratten berekenen. In de formule is A het geschatte aantal ratten en t de tijd in maanden na 1 januari 2010.



- Laat met een berekening zien dat er volgens de formule ongeveer 6350 ratten waren op 1 juli 2010.
- Bereken de verdubbelingstijd in hele maanden.
- In welke maand van 2010 is het aantal ratten verdubbeld?

Nieuwe fiets

56 Maroua gaat met de fiets naar haar werk. Ze heeft hiervoor een nieuwe fiets gekocht van € 2250. Maroua is van plan haar fiets na een aantal jaren in te ruilen. De fiets wordt elk jaar 12,5% minder waard.

Na hoeveel jaar is de waarde van de fiets gehalveerd?

Je weet het aantal antilopen niet. Toch kun je de halveringstijd berekenen. Hoe? Stel het aantal antilopen op 100. Bereken na hoeveel maanden de helft nog over is.

Antilopen

57 In een wildpark is een besmettelijke ziekte uitgebroken. Daardoor neemt het aantal antilopen met 6,5% per maand af. Na hoeveel maanden is het aantal antilopen gehalveerd?

Rekenbreak

Bereken. $0,5 \times 3,5$ $\frac{1}{2} \times 45$

Woordenlijst

- exponentiële afname
- exponentiële toename
- halveringstijd
- verdubbelingstijd

2.5 Trainen op examenniveau

Snelwandelen

In 2006 kwam het wereldrecord snelwandelen op de 50 km op naam van de Australiër Nathan Deakes. Hij legde de 50 km af in 3 uur 35 minuten en 47 seconden.

- 58 Bereken de gemiddelde snelheid in m/s van Nathan Deakes bij dat wereldrecord snelwandelen. Schrijf je berekening op en rond je antwoord af op één decimaal.

Ook vrouwen doen aan snelwandelen. Onderstaande formule geeft het verband tussen de beenlengte en de maximale snelheid die een vrouw bij snelwandelen kan bereiken.

$$\text{maximale snelheid} = \sqrt{(9,8 \times \text{beenlengte})}$$

Hierin is maximale snelheid in m/s en beenlengte in meters.

- 59 Yasmina doet aan snelwandelen. Ze heeft een beenlengte van 0,9 meter. Laat met een berekening zien dat zij volgens de formule een maximale snelheid van afgerond 2,97 m/s kan halen.
- 60 [WERKBOEK] Beenlengtes onder 0,6 m en boven 1,4 m komen niet voor bij vrouwen die aan snelwandelen doen. Teken de grafiek die bij de formule hoort. Je mag daarbij de tabel gebruiken.
- 61 Ook Elvira doet aan snelwandelen. Haar maximale snelheid is 3,2 m/s. Bereken met behulp van de formule de beenlengte van Elvira. Rond het antwoord af op hele centimeters.

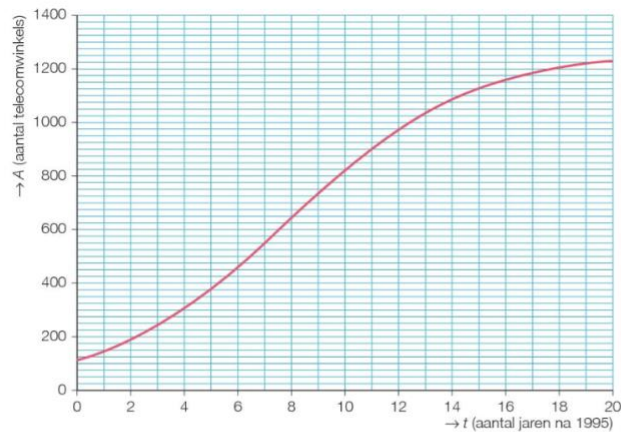


Telecom

In de periode 1995 – 2002 is het aantal telecomwinkels in Nederland bij benadering exponentieel gestegen volgens de formule $A = 115 \times 1,27^t$. Hierin is A het aantal telecomwinkels in Nederland en t het aantal jaren na 1995. In 1995 waren er 115 telecomwinkels.

- 62 Laat door middel van een berekening zien dat er in 2000 volgens de formule afgerond 380 telecomwinkels in Nederland waren.
- 63 [WERKBOEK] Teken de grafiek die hoort bij bovenstaande formule voor de jaren 1995 tot en met 2002. Je mag daarbij gebruikmaken van de tabel.
- 64 Stel je voor dat de groei van het aantal telecomwinkels in Nederland na 2002 op dezelfde manier was doorgegaan. Bereken hoeveel jaar na 1995 het aantal telecomwinkels dan voor het eerst meer dan 1000 zou zijn geweest.

Vanaf 2001 groeide het aantal telecomwinkels minder snel. Economen denken dat de groei ongeveer zou plaatsvinden zoals in de grafiek hieronder.



- 65 [WERKBOEK] In welk jaar zou volgens de grafiek het aantal telecomwinkels in Nederland voor het eerst meer dan tien keer zo groot zijn als in 1995? Laat in de grafiek zien hoe je aan je antwoord komt.

Samenvatting

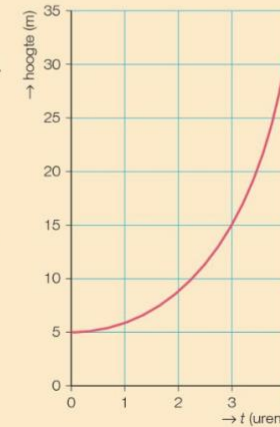
2.1 Machtsverbanden

biz 68 In de formule **hoogte (m) = 5 + 0,4t³** is t de *tijd* in uren.

In de formule staat een macht bij de variabele t . Daarom is het een machtsverband.

Bij de formule van een machtsverband kun je een grafiek tekenen.

t (uren)	0	1	2	3	4
hoogte (m)	5	5,4	8,2	15,8	30,6



2.2 Wortelverbanden

biz 75 De kijkafstand kun je berekenen met de formule $k = 1,4 \times \sqrt{\pi \times h}$.

Hierin is k de *kijkafstand* in kilometers en h de *ooghoogte* in meters.

In de formule staat één van de variabelen onder het wortelteken. Daarom is het een wortelverband.

Bij een wortelverband kun je een grafiek tekenen. De grafiek is een vloeiende kromme.

UITKIJKTOREN

h	0	2	4	6	8	10
k	0	3,5	5,0	6,1	7,0	7,8

Je kunt met inklekken je ooghoogte berekenen als je 6,8 km ver kunt kijken.

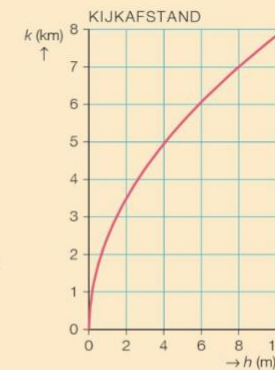
$$k = 7 \rightarrow 1,4 \times \sqrt{\pi \times 7} = 6,565... \quad \text{te weinig}$$

$$k = 8 \rightarrow 1,4 \times \sqrt{\pi \times 8} = 7,018... \quad \text{te veel}$$

$$k = 7,5 \rightarrow 1,4 \times \sqrt{\pi \times 7,5} = 6,795... \quad \text{te weinig}$$

$$k = 7,6 \rightarrow 1,4 \times \sqrt{\pi \times 7,6} = 6,840... \quad \text{klopt}$$

Je ooghoogte is 7,6 m als je 6,8 km ver kunt kijken.



D-toets

2.1 Machtsverbanden

1
Theorie A

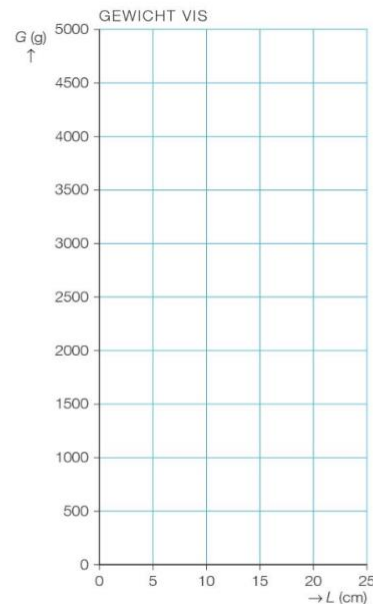
[> WERKBOEK] Bij een tropische vissoort bestaat er een verband tussen lengte en gewicht. Bij dat verband hoort de formule $G = 0,2L^3$. Hierin is G het *gewicht* in grammen en L de *lengte* in centimeters.

- a Bereken het gewicht van een vis die 12 cm lang is.
- b Hoeveel weegt een vis met een lengte van 25 cm?
- c Vul de tabel in.

GEWICHT VIS

L (cm)	0	5	10	15	20	25
G (g)						

- d Teken de grafiek.
- e Lees de lengte van een vis van 2,5 kg af uit de grafiek.



2.2 Wortelverbanden

2
Theorie B

[> WERKBOEK] De groei van bacteriën wordt afgeremd door een lage temperatuur. Daarom worden etenswaren in een koelkast bewaard. De temperatuur hoort daar ongeveer 4°C te zijn. De koelkast van een verzorgingshuis is stuk. Daardoor stijgt de temperatuur. De formule die bij het opwarmen hoort is $T = 3 + 2\sqrt{t}$. Hierin is T de *temperatuur* in $^\circ\text{C}$ en t de *tijd* in uren.

- a Bereken de temperatuur in de koelkast na 2 uur. Rond af op één decimaal.
- b Bereken de temperatuur in de koelkast na 5 uur. Rond af op één decimaal.
- c Vul de tabel in. Rond zo nodig af op één decimaal.
- d Teken de grafiek.
- e Als de temperatuur van de etenswaren hoger wordt dan 15°C moeten ze worden weggegooid. Het gevaar voor te veel bacteriën wordt dan te groot. Bereken na hoeveel uur de temperatuur voor het eerst meer dan 15°C is?

KOELKAST

t	0	5	10	15	20	25
T						

2.3 Exponentiële verbanden

3
Theorie C

De tabel gaat over het aantal kikkers in een vijver. In de tabel is t de *tijd* in jaren. Onderzoek of er een exponentieel verband is tussen de tijd en het aantal kikkers. Zo ja, welke formule hoort bij de tabel?

KIKKERS

t	0	1	2	3
aantal	4	12	36	108



4
Theorie D

[> WERKBOEK] Salmonellabacteriën groeien exponentieel. Hierbij hoort de formule $\text{aantal bacteriën} = 4000 \times 1,8^t$. Hierin is t de *tijd* in uren met $t = 0$ om 8 uur 's morgens.

- a Bereken hoeveel bacteriën er zijn om 12 uur.
- b Schrijf de groeifactor op.
- c Hoeveel bacteriën zijn er in het 8° uur bijgekomen?
- d Vul de tabel in.
- e Teken de grafiek.

SALMONELLA

t	0	1	2	3	4	5
aantal	4000					

2.4 Exponentiële groei en procenten

- 5**
Theorie E Chantal heeft een forum geopend op internet. Ze begint op 1 januari met 25 leden. Het aantal leden neemt met 16% per maand toe.
- a Schrijf de formule op die bij dit verband hoort. Gebruik de variabele a voor het aantal leden en t voor de tijd in maanden met $t = 0$ op 1 januari.
 - b Hoeveel leden heeft Chantal op 1 april?
 - c Hoeveel leden zijn er na een half jaar?
 - d Hoeveel leden zijn er in mei bijgekomen?
 - e In welke maand zijn er voor het eerst meer dan 100 leden?

- 6**
Theorie F Fatima is schoonheidsspecialiste. Het gaat niet goed met haar bedrijf. Het aantal klanten neemt per jaar met 15% af. De terugloop begint in 2014. Op 1 januari 2014 had zij 180 klanten.
- a Schrijf de formule op die bij dit verband hoort. Gebruik de variabele a voor het aantal klanten en t voor de tijd in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2014.
 - b Hoeveel klanten heeft Fatima op 1 januari 2019?
 - c In welk jaar is het aantal klanten voor het eerst minder dan 50?



- 7**
Theorie G Het aantal inwoners van een stad neemt sinds 2015 sterk toe. De formule die bij de groei hoort, is $\text{aantal inwoners} = 156\,000 \times 1,055^t$. Hierin is t de tijd in jaren en $t = 0$ op 1 januari 2015. Bereken de verdubbelingstijd in hele jaren.

- 8**
Theorie G In een bosperceel staan 125 000 bomen. Elk jaar wordt 12,5% van de bomen gekapt.
- a Schrijf de formule op die hierbij hoort. Gebruik de variabele a voor het aantal bomen en t voor de tijd in jaren.
 - b Bereken de halveringstijd.



Onderzoeksoopdracht Spaarrekening



Vorbereiding

- Verdeel de klas in groepjes van twee leerlingen.
- Lees de onderzoeksoopdracht eerst helemaal door.
- Spreek met elkaar af hoe je de opdracht gaat uitvoeren.

Opdracht

Onderzoek welke bank voor jou de beste spaarrekening heeft.

Aanpak

- Zoek twee banken met spaarrekeningen voor jongeren. Zoek naar informatie over deze rekeningen. Let daarbij op:
 - spaarpremies
 - rentepercentages
 - voorwaarden.
- Doe net alsof je €2000 spaartegoed hebt.
- Maak berekeningen voor je spaartegoed als je het op de door jou gekozen banken zou zetten.
- Schrijf voor- en nadelen van beide banken op.
- Welke bank heeft jouw voorkeur en waarom?
- Ga jij je geld bij deze bank onderbrengen?

Op internet is veel informatie te vinden. Je kunt natuurlijk ook naar banken toegaan om informatie in te winnen.

Presentatie

Je mag zelf de vorm van de presentatie kiezen. Vergelijk jullie uitkomsten met die van je klasgenoten

